

大学生数学建模竞赛策略的研究*

刘广臣¹ 宋美¹ 董珍²

(1 烟台师范学院 数学与信息学院, 山东 烟台 264025;

2 河北工业大学廊坊分院, 河北 廊坊 065000)

摘要 就全国大学生数学建模竞赛的特点, 从竞赛的作用、赛前准备及比赛期间的策略等进行了探讨.**关键词** 数学建模 竞赛策略 竞赛培训 中图分类号 O242.1

引言

全国大学生数学建模竞赛(undergraduate mathematical contest in modeling, MCM) 由教育部高教司和中国工业与应用数学学会(CSIAM) 共同举办, 创办于1992年, 每年一届, 十几年来参赛规模以年均20% 以上的速度增长, 以2004年为例, 有来自全国30个省(市、自治区) 及香港特别行政区724所高校的6881队参赛, 可以说该项赛事已经成为目前全国规模最大的课外科技活动.

竞赛的题目一般来源于工程技术和管科学等方面经过适当简化加工的实际问题, 没有事先设定的标准答案, 不要求预先掌握深入的专门知识, 因而具有较大的灵活性供参赛者发挥其聪明才智和创造精神. 竞赛形式是三名大学生组成一队, 可以自由地收集、查阅资料, 调查研究, 使用计算机、互联网和任何软件(但是不能与队外的任何人讨论赛题), 在三天时间内分工合作完成一篇论文. 评奖标准是假设的合理性、建模的创造性、结果的正确性、文字表达的清晰程度.

1 数学建模的作用

马克思曾说过:“一门科学只有成功地运用数学时, 才算达到了完整的地步”. 随着科技的进步, 特别是计算机技术的迅猛发展, 数学已经渗透到从自然科学技术到工农业生产建设, 从经济活动到社会生活的各个领域. 一般说来, 当实际问题需要我们对所研究的现实对象提供分析、预报、决策、控制等方面的定量结果时, 往往都离不开数学的应用, 而建立数学模型则是这个过程的关键环节^[1].

就大学生数学建模竞赛而言, 它不仅能够培养学生创新的精神, 而且能够提高学生综合素质, 具体说来有以下几个方面:

- (1) 运用学过的数学知识和计算机(包括选择合适的数学软件) 分析和解决实际问题的能力;
- (2) 面对复杂事物的想象力、洞察力、创造力和独立进行研究的能力;
- (3) 关心、投身国家经济建设的意识和理论联系实际学风;
- (4) 团结合作精神和进行协调的能力;
- (5) 勇于参与的竞争意识和不怕困难、奋力攻关的顽强意志;
- (6) 查阅文献、收集资料及撰写科技论文的文字表达能力.

2 赛前准备策略

组织参加数学建模竞赛活动是一项复杂的系统工程, 仅就赛前准备来说, 主要由教学、校内建

模竞赛、全国数学建模竞赛的选拔与培训等环节组成。

2.1 教学

通过开设“数学建模”(或“数学实验”)课程,向学生讲授建模的基本概念和方法,必要的应用数学知识以及常用的工具软件,并在此基础上结合具体案例向学生展示基本的建模过程,激发学生的兴趣;同时在教学过程中应注意发掘有兴趣和潜力的学生,鼓励其积极探索、大胆创新,为其后的建模参赛打下坚实的知识基础和人才储备。此外,还应鼓励各个专业的学生选修该课程,同时指导其学习运筹学、统计分析、微分方程等基本数学课程,提高其“用数学”的意识,这必将为后期的组队和培训带来极大的方便。

2.2 校内数学建模竞赛^[2]

每年5、6月份面向全校各专业举办建模竞赛,报名的学生按照各自的实际情况自由组队。在组队时,鼓励优势互补。校内比赛前,举办一系列数学建模讲座,关键是通过这些讲座让参赛同学了解比赛的全过程,以及竞赛过程中的注意事项。

2.3 全国建模竞赛的选拔与培训

如果说前两个环节是建模准备的初始阶段的话,那么接下来的全国建模竞赛的选拔与培训将是最关键最重要的环节。这一阶段基本如下:

2.3.1 组队

根据校内建模竞赛的成绩,参照学科专业分布以及学生本人的特点组队,同时应注意以下原则:

尽可能地让不同专业的学生组成一队,以利学科交叉;

尽可能地让能力、素质方面不同的学生(创新能力强的,认真踏实的,有组织能力的,文笔好的等)组成一队,明确分工,以利优势互补;

尽可能地让学生在队内充分磨合,达成默契,形成“领袖”。

2.3.2 培训^[3]

如何让学生尽快的成长是大家很关心的问题,讨论的也很广泛。各个学校都有不同的方法:有的是开数学建模培训班、有的是以题代练、有的是通过协会普及教育等,各个学校都已形成自己的风格和方法。纵观这些方法,笔者感觉有很多不是太科学的地方,有的学校投入很多但是出不了成绩,这时就需要调整一下培训方法了。

鉴于建模过程基本分为建模型、解模型和写论文三个阶段,因此,针对这三个方面去努力,在实践中锻炼自己才是最有效的方法。所以笔者更加提倡以题带练的培训模式,具体方式如下:

(1) 建模型

建模型是最为关键的一步,这一阶段学生可能遇到的问题有两个:

其一是知识面狭窄、缺乏背景知识。背景知识对建模型来讲很重要,如果题目的背景刚好是本专业的,那就会知道问题的关键是什么,该怎样去解决,而事实上往往不是这样,问题的背景是所不熟悉的领域,这个时候就需要查资料了解这个问题的背景、问题的发展特点、关键所在以及前人是怎么解决的等等,因此需要训练查找资料和查找文献的能力;

其二是相关处理知识的缺乏。比如说给出一堆数据如何处理,找到其中潜在的规律性等算法性的问题。

当然,随着处理问题方式、工具的不断更新和进步,掌握全部的算法是不现实的,这里仅就建模中常用的十大类算法作一总结,仅供参考^[3]:

1) 蒙特卡罗算法

该算法又称随机性模拟算法,是通过计算机仿真来解决问题的算法,同时通过模拟可以来检验自己模型的正确性,是比赛时必用的方法;

2) 数据拟合、参数估计、插值等数据处理的算法

比赛中通常会遇到大量的数据需要处理,而处理数据的关键就在于这些算法,通常使用 Matlab 作为工具;

3) 线性规划、非线性规划、整数规划,动态规划、目标规划等规划类问题

建模竞赛大多数问题属于最优化问题,很多时候这些问题可以用数学规划算法来描述,通常使用 Lindo、Lingo 软件实现:

4) 图论算法

这类算法可以分为很多种,包括最短路、网络流、二分图等算法,涉及到图论的问题可以用这些方法解决,需要认真准备;

5) 动态规划、回溯搜索、分治算法、分枝定界等计算机算法

这些算法是算法设计中比较常用的方法,很多场合可以用到竞赛中;

6) 现代优化算法:禁忌搜索算法、模拟退火法、神经网络、遗传算法

这些问题是用来解决一些较困难的最优化问题的算法,对于有些问题非常有帮助,但是算法的实现比较困难,需慎重使用;

7) 网格算法和穷举法

网格算法和穷举法都是暴力搜索最优点的算法,在很多竞赛中有应用,当重点讨论模型本身而轻视算法的时候,可以使用这种暴力方案,最好使用一些高级语言作为编程工具;

8) 一些连续离散化方法(很多问题都是实际来的,数据可以是连续的,而计算机只认的是离散的数据,因此将其离散化进行差分代替微分、求和代替积分等思想是非常重要的);

9) 数值分析算法

如果在比赛中采用高级语言进行编程的话,那么一些数值分析中常用的算法比如方程组求解、矩阵运算、函数积分等算法就需要额外编写库函数进行调用;

10) 图象处理算法

赛题中有一类问题与图形有关,即使与图形无关,论文中也应该不乏图形,这些图形如何展示以及如何处理就是需要解决的问题,通常使用 Matlab 进行处理;

(2) 解模型

解模型也是一个很重要的步骤,结果的好坏直接影响到论文的质量.解模型实质上就是算法的实践问题,一般来讲是用 Matlab, Mathematica, lingo, Spss 等数学软件来求解,当然有的时候还需要借助于 c/c++ 等较为实用的工具.

(3) 写论文

论文是建模中最后的一环也是最关键的一环,它是所有工作的体现,如果论文写的不好就功亏一篑.一篇好的论文首先应该逻辑清晰、主题明确、层次分明,通过大小标题分为若干个逻辑段落,让评委各取所需,一目了然;其次,一篇好的论文应有闪光点,有自己的特色,有自己的想法和思考在里面;最后就是实事求是,不要过分夸张,不要给评委留下更多的疑问和猜测.总之,论文写作的好坏将直接影响到成绩的优劣.

完整的论文包含以下几个部分:

1) 摘要:

摘要是整篇文章的高度浓缩,在整篇论文评阅中占有重要权重,应认真书写.全国评阅时将首

先根据摘要和论文整体结构及概貌对论文进行初步筛选. 因此,摘要中要把模型中用到的数学方法写清楚,要把创新点、闪光点写出来. 最后要给出模型的答案,即通过论文的摘要基本上就可以对论文有一个基本的评判. 摘要字数至少要 200 字,字数控制在 A4 纸半页左右.

- 2) 关键字(可选项,最好写出 3 ~ 5 个关键字).
- 3) 问题的提出(根据自己的理解对所给题目作更清晰的表达).
- 4) 问题的分析(根据问题性质,明确要建立的模型).
- 5) 模型假设(有些假设需作必要的解释).
- 6) 模型设计(对出现的数学符号必须有明确的说明).
- 7) 模型解法与结果.
- 8) 模型结果的分析 and 检验(包括误差分析、稳定性分析等).
- 9) 模型的评价(模型的优缺点及改进方向).
- 10) 参考文献.
- 11) 附录(包含一些图表、计算的中间结果和必要的计算机程序).

在平时训练中务必注意反复检查修改,尽可能不要出现错别字,符号必须明确统一,公式编辑建议使用 MathType5.2 软件,图表简明清晰.

2.4 文献资料的查找

培训期间,还有一个非常重要的环节,那就是文献资料的查找,这是决定参赛论文起点高低的关键. 三天中做的课题,很少是从头开始的,一般都是在文献的基础上做的,所以找到的文献如果离所做的课题越近则参赛成绩会越好. 所以在查找文献上多下点功夫是不会错的,毕竟磨刀不误砍柴工!这里介绍几点策略,仅供参考:

(1) 利用图书馆网络数据资源

通过关键词等手段查找全文数据库,此外查学位论文是尤其推荐的,这是最高效率得到信息的途径,然后直接选择其中最“关键”部分阅读.

(2) 利用搜索引擎 google

点击高级搜索,然后输入需要的 key words,在格式中选 pdf 或 doc 格式,即可搜索所需的特定文件.

(3) 注意连锁查找

通过数据库关键词查找到的文献的有效率是很低的,而通过查找已查找到的文献的参考文献是很有效的一种手段,其有效率大大提高,故应注意这种高效方式.

小结:通过假期的集中培训,就以上三个主要环节对参赛队员强化训练,一方面应注意夯实队员的基础知识和基本技能,尤其应注意认真研读分析历届优秀论文、博采众长;另一方面,注意尽快调整各队的组成,尽可能达到最优化配置. 最后还应随时关注自然科学和社会生产实践中出现的新问题,为参赛做好充足的材料准备.

3 比赛期间的策略

3.1 题目的选择

拿到赛题后,应潜心研究题目,吃透题意,确定题目;注意题目的选择要尽量均衡,因为将来的评奖是按比例分配的,因此,指导教师应统筹规划本单位的选题,尽量避免过度“拥挤”.

3.2 注意事项

- 1) 查阅资料、实际调查要适度;
- 2) 保证基本模型和求解的完成,在此基础上完善改进;

(下转第 61 页)

$$\sin \alpha' \approx \operatorname{tg} \alpha' = \frac{\partial y(x + \Delta x)}{\partial x}$$

$$ds \approx dx$$

我们有:

$$T \left[\frac{\partial y(x + \Delta x, t)}{\partial x} - \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right] = \rho \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} dx$$

而
$$\frac{\partial y(x + \Delta x)}{\partial x} - \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right] dx = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} dx$$

于是
$$\left[T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} - \rho g \right] dx = \rho \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} dx$$

即
$$\frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + g$$

一般来说,张力较大时,弦振动的速度变化很快,即 $\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$ 要比 g 大很多,所以可略去 g .

即
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

此即为横波的波动方程.

从以上讨论可知:对一些实际问题,先假定一些特殊条件,在此基础上进行分析,进而构造出其数学模型,如果有兴趣还可以放宽条件,继续分析,这样就会越来越符合客观现实.

(上接第59页)3) 根据建模的要求,可以增加、删除甚至修改题目的条件;

- 4) 把握好现成的模型和方法与自己创新的模型和方法之间的关系;
- 5) 论文主体由一人完成,并早些开始写作,以保证思维的连贯性.

3.3 几个关键性问题

- 1) 思想问题:队员间应摆正位置、相互尊重,谦虚谨慎,共同建立自信.
- 2) 团结协作问题:队员间应充分交流,互相鼓励,不要回避责任,杜绝武断评价.
- 3) 合理分工问题:队员应扬长避短、合理分工、各司其职、全力以赴.
- 4) 时间的科学合理利用问题:队员应根据比赛时间制定详细的工作计划,科学安排作息时间,建议第一天要确定好题目并查阅到尽可能多的资料,第二天要把模型建好并求出解,第三天开始论文写作并参照要求反复修改.当然上述安排不是绝对的,比如最好能在有了思路以后就着手论文的写作,不能等到所有的问题都解决了再写,否则恐怕到时连修改的时间都没有了!

总之,比赛是一个群体性的活动,一定要注意发挥群体优势,团队精神是数学建模是否取得好成绩的最重要的因素,三个人要相互支持,相互鼓励,切勿自己只管自己的一部分!

参考文献:

- [1] 姜启源. 数学模型(第二版)[M]. 北京:高等教育出版社,1993,6-7.
- [2] 尤苏蓉. 数学建模竞赛的解法总结与竞赛培训探讨[J]. 工程数学学报,2003;20(7):131-134.
- [3] 网上资源. 数学建模个人经验谈[OL]. 博士家园电子期刊(2):www.bossh.net.