

MATLAB 在数学建模中的应用

魏春艳, 郎晓林

(洛阳师范学院数学科学学院, 河南洛阳 471022)

摘要: 本文结合数学建模的几个环节, 用一些实例阐述了 MATLAB 在数学建模中的应用。将 MATLAB 用于数学建模可以提高数学建模的效率和质量, 丰富数学建模的方法和手段, 具有重要的意义。

关键词: 数学建模; MATLAB 软件; 回归; 数值计算

中图分类号: TP319 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-4790(2007)05-0004-03

收稿日期: 2006-05-16

作者简介: 魏春艳(1982-), 女, 江苏邳州人, 助教。

数学建模是通过对实际问题的抽象和简化, 引入一些数学符号、变量和参数, 用数学语言和方法建立变量参数间的内在关系, 得出一个可以近似刻画实际问题的数学模型, 进而对其进行求解、模拟、分析检验的过程。它大致分为模型准备、模型假设、模型构成、模型求解、模型分析、模型检验及应用等步骤。这一过程往往需要对大量的数据进行分析、处理、加工, 建立和求解复杂的数学模型, 这些都是手工计算难以完成的, 往往在计算机上进行实现。在目前用于数学建模的软件中, MATLAB 强大的数值计算、绘图以及多样化的工具箱功能, 能够快捷、高效地解决数学建模所涉及的众多领域的问题, 倍受数学建模者的青睐。

1 MATLAB 在数学建模中的应用

下面将联系数学建模的几个环节, 结合部分实例, 介绍 MATLAB 在数学建模中的应用。

1.1 模型准备阶段

模型准备阶段往往需要对问题中给出的大量数据或图表等进行分析, 此时 MATLAB 的数据处理功能以及绘图功能都能得到很好的应用。

1.1.1 确定变量间关系

例 1 已知某地连续 20 年的实际投资额、国民生产总值、物价指数的统计数据(见表 1), 由这些数据建立一个投资额模型, 根据对未来国民生产总值及物价指数的估计, 预测未来的投资额。

记该地区第 t 年的投资为 $z(t)$, 国民生产总值为 $x(t)$, 物价指数为 $y(t)$ 。绘制 $z(t)$ 与自变量 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的散点图(见图 1)。

由散点图可以看出, 投资额和国民生产总值与物价指数都近似呈线性关系, 因此可以建立多元线性回归模型

$$z = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \varepsilon$$

直接利用 MATLAB 统计工具箱命令

表 1 实际投资额、国民生产总值、物价指数的统计表

年份	投资额	国民生产总值	物价指数	年份	投资额	国民生产总值	物价指数
1	90.9	596.7	0.7167	11	229.8	1326.4	1.0575
2	97.4	637.7	0.7277	12	228.7	1434.2	1.1508
3	113.5	691.1	0.7436	13	206.1	1549.2	1.2579
4	125.7	756.0	0.7676	14	257.9	1718.0	1.3234
5	122.8	799.0	0.7906	15	324.1	1918.3	1.4005
6	133.3	873.4	0.8254	16	386.6	2163.9	1.5042
7	149.3	944.0	0.8679	17	423.0	2417.8	1.6342
8	144.2	992.7	0.9145	18	401.9	2631.6	1.7842
9	166.4	1077.6	0.9601	19	474.9	2954.7	1.9514
10	195.0	1185.9	1.0000	20	424.5	3073.0	2.0688

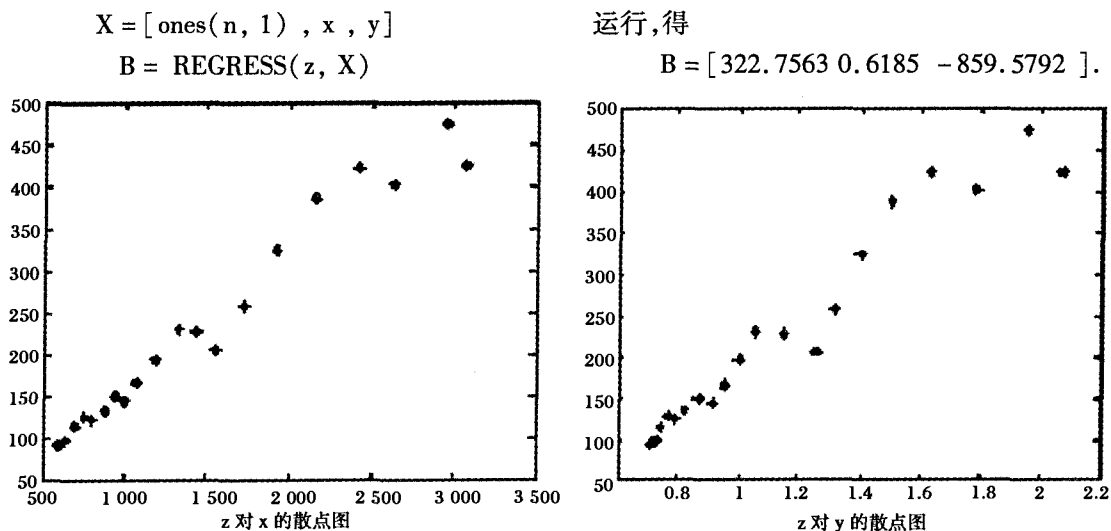


图 1 散点图分析

代入得投资额与国民生产总值和物价指数的近似关系式

$$\hat{z} = 322.7563 + 0.6185x - 859.479y.$$

1.1.2 求数字特征

例 2 已知数据 451.42, 43.895, 27.185, 312.69, 12.863, 383.97, 683.1292, 842, 35.338, 612.4, 608.54, 15.76, 16.355, 190.07, 586.92, 57.581, 367.57, 631.45, 717.63, 692.67, 84.079, 454.36, 441.83, 353.25, 153.61, 675.64, 699.21, 727.51, 478.38, 554.84, 121.05, 450.75, 715.88, 892.84, 273.1, 254.77, 865.6232, 35, 804.87, 908.4, 231.89, 239.31, 49.754, 78.384, 640.82, 190.89, 843.87, 173.9, 170.79, 994.3, 计算其数字特征。

输入数据, 利用下表提供的函数可以求得各数字特征。

1.2 模型的求解分析与检验

表 2 数字特征统计命令及结果

命令	功能	返回值	命令	功能	返回值
mean(a)	算术平均值	405.9299	rang(a)	极差	981.4370
median(a)	中位数	375.7700	var(a)	方差	292.2951
geomean(a)	几何平均	256.0559	std(a)	标准差	522.0300
harmmean(a)	调和平均	106.5169	sum(a)	求和	20296
min(a)	求最小元素	12.8630	max(a)	求最大元素	994.3000

表 3 美国人口统计(百万)

年	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880	1890
人口	3.9	5.3	7.2	9.6	12.9	17.1	23.2	31.4	38.6	50.2	62.9
年	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
人口	76.0	92.0	106.5	123.2	131.7	150.7	179.3	204.0	226.5	251.4	281.4

1.2.1 拟合数据做预测

例 3 以下是美国 1790 年至 2000 年的人口统计数据, 建立人口发展模型并预测 2010 年美国的人口数目。

根据分析, 第 t 年的人口 $x(t)$ 满足

$$x(t) = x_0 e^{rt}$$

将上式两边取对数, 得

$$y = rt + a, \quad y = \ln x, \quad a = \ln x_0$$

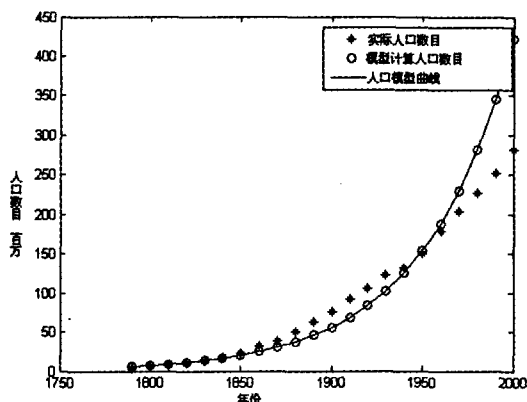
由 $x = 0:21; y = [3.9 \ 5.3 \ \dots \ 251.4 \ 281.4]$;

$y = \log(y); \text{polyfit}(x, y, 1)$, 得

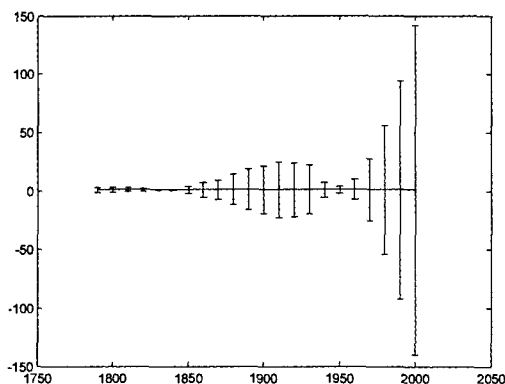
$r = 0.0222/10$ 年, $x_0 = e^a = e^{1.7992} = 6.0448$,
 $x(22) = 516.770$ 百万(2010 年人口数)。

1.2.2 绘制误差条图

将模型得出的结果与真实结果作比较, 绘制出对比图和误差条图, 反应模型与实际的吻合程度。如上例, 模型结果与实际人口数的对比图以及误差条图可由命令



a. 模型结果与实际人口对比图



b. 误差条图

图 2 对比图以及误差条图

```
plot(x, y, ' * ', x, f([0:21]), ' o ', x,
f([0:21]));
```

```
errorbar([1790:10:2000], ones(1, 22),
y - f([0:21]))
```

绘制如图 2 中的 a、b。

1.2.3 对模型进行模拟

对于一些没有给出数据的实际问题, 建立模型后往往需要找一组随机数据进行模拟, 从而检

验模型的优劣。

例 4 已知一栋大厦有 9 部电梯, 上下班高峰期和非高峰期上下电梯的人数有显著的差别, 为节约用电, 试建立数学模型来进行电梯的调度。

题中没有给出等电梯的人数, 在建立完数学模型后, 就可以利用 MATLAB 模拟一组各时间段等电梯的人数带入模型求解和检验。由概率知识知道, 到达电梯的人数呈正态分布且在上班之前的某一刻和下班之后的某一刻达到峰值, 可以使用

$$x = \text{normrnd}(\mu, \sigma)$$

来生成均值为 μ 、方差为 σ 的一组随机数来模拟。

2 结语

MATLAB 以其卓越的功能和简单精练的编程语言, 将我们从繁重的手工计算和高级语言程序调试中彻底解脱出来, 可以在最短的时间内实现和检验我们的计算方法。这里仅仅简单地提出了关于数学建模方面的一些应用, 抛砖引玉, 希望把对于 MATLAB 的学习与研究进一步深入下去。

参考文献

- [1] 张养安, 刘林章. MATLAB 软件在数据处理中的应用[J]. 水土保持研究, 2005, 12(4): 238-239.
- [2] 伍敏善, 陈蔚凝. MATLAB 在概率统计中的应用[J]. 广西师范学院学报, 2000, 12(4): 72-76.
- [3] 黄新民. MATLAB 在数学建模竞赛中的应用[J]. 广西大学学报, 2003, 28: 35-37.

The Applications of MATLAB Software in Mathematical Modeling

WEI Chun-yan, LANG Xiao-lin

(College of Mathematics and Science, Luoyang Normal University, Luoyang 471022, China)

Abstract: This paper combines several steps of modeling and introduces the applications of MATLAB software in mathematical modeling through concrete examples. Using MATLAB can improve the efficiency and equality of mathematical modeling and enrich the methods and means of modeling, thus having great meanings.

Key words: mathematical modeling; MATLAB software; regression; numerical calculation